

APPLI-COURS – CORRIGE : INDICATEURS DE CROISSANCE _ LINEARITE :

La Banque Mondiale fournit les données relatives à l'évolution de la dette publique (ou « D ») de la République Kyrgyz sur la période 2000-2015, en milliards de \$ courants (soit 10⁹).



Cette république est située en Asie centrale, bordée par Le Kazakhstan, l'Ouzbékistan, le Tadjikistan et la Chine. Sa capitale est Bishek. Elle compte 6 millions d'habitants.



République Kyrgyz – Dette publique en **Milliards de dollars courants** : 2000-2015

abscisse		Ordonnée			
année N°	Année	Dette (Md \$) "D"	ln(D)	${}_t\mu_i(D)_{t+1}$	${}_t\tau_i(D)_{t+1}$
1	2000	1,93	0,66	1	0,0%
2	2001	1,82	0,60	0,943	-5,7%
3	2002	1,95	0,67	1,071	7,1%
4	2003	2,14	0,76	1,097	9,7%
5	2004	2,56	0,94	1,196	19,6%
6	2005	2,25	0,81	0,879	-12,1%
7	2006	2,59	0,95	1,151	15,1%
8	2007	2,87	1,05	1,108	10,8%
9	2008	3,62	1,29	1,261	26,1%
10	2009	4,11	1,41	1,135	13,5%
11	2010	4,11	1,41	1,000	0,0%
12	2011	5,49	1,70	1,336	33,6%
13	2012	6,03	1,80	1,098	9,8%
14	2013	6,81	1,92	1,129	12,9%
15	2014	7,28	1,99	1,069	6,9%
16	2015	7,72	2,04	1,060	6,0%

QUESTIONS

- 1) S'il s'agit d'étudier la croissance de la dette « D », quelle(s) réserve(s) peut-on émettre sur l'utilisation de ces données ? Si réserve il y a, peut-on néanmoins les utiliser ?

Pour étudier la croissance de séries monétaires on ne se fonde jamais sur les données non déflatées ou *en monnaie courante* (ici les \$ courants), mais sur les séries déflatées ou *en monnaie constante*, afin d'éliminer l'influence de la croissance des prix.

Ne disposant pas de l'évolution de l'indice des prix, on peut néanmoins étudier la croissance de cette série non déflatée, en évitant toutefois de réaliser une prévision future, nécessairement irréaliste.

- 2) Vous rectifierez ce commentaire de presse relatif à la croissance de la dette « D » :
« sur 16 ans , la dette a peu augmenté en suivant une croissance linéaire sans fluctuations ou « retournement de tendance ».
Vous démontrerez à l'aide de vos calculs (et/ou autre méthode) ce qui est exact ou faux dans ce commentaire.

Nous démontrons ci-après que hormis la *linéarité de l'évolution*, le reste du commentaire est faux.

- 1) Le nombre d'années « n » n'est pas donné par le numéro de l'année (1 à 16) , mais il est toujours égal à $n = \text{année d'arrivée} - \text{année de départ} = 2015 - 2000 = 15 \text{ ans}$ et non 16 années de croissance.
- 2) Une croissance est linéaire si le profil de l'évolution suit une droite dont on peut estimer les paramètres. La croissance peut alors être dite :

Soit *strictement linéaire* : points alignés sur la droite

Ou *Sensiblement linéaire* : points alignés autour de la droite mais avec des fluctuations ou retournements de tendance.

Deux méthodes complémentaires sont possibles pour en juger :

Méthode 1 : La construction du graphique semi logarithmique de « D »

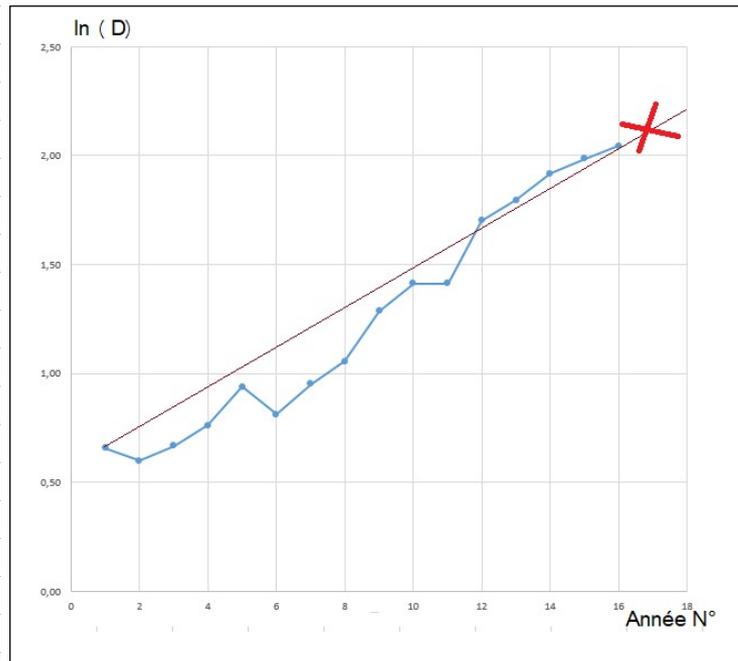
Méthode 2 : Le calcul des indicateurs de croissance globale, et moyenne.

Méthode 1 : La construction du graphique semi logarithmique de « D »

En abscisse : le numéro d'année (ou l'année)

En ordonnée : le logarithme des valeurs « D », soit $\ln(D)$

abscisse			Ordonnée
année N°	Année	Dettes (Md £) "D"	ln(D)
1	2000	1,93	0,66
2	2001	1,82	0,60
3	2002	1,95	0,67
4	2003	2,14	0,76
5	2004	2,56	0,94
6	2005	2,25	0,81
7	2006	2,59	0,95
8	2007	2,87	1,05
9	2008	3,62	1,29
10	2009	4,11	1,41
11	2010	4,11	1,41
12	2011	5,49	1,70
13	2012	6,03	1,80
14	2013	6,81	1,92
15	2014	7,28	1,99
16	2015	7,72	2,04



L'enseignement du graph est :

La croissance est exponentielle, donc forte et non faible. La dette n'a pas « *peu augmenté* ». Elle a au contraire *fortement* augmenté.

Le profil de l'évolution est bien *quasi linéaire*, mais subissant trois fluctuations (années 2, 6 et 11). Il semble possible de l'estimer par une droite de « tendance », *joignant les points extrêmes (comme ci-dessus)*. Méthode élémentaire.

La réserve émise plus haut (question 1) interdit cependant de prolonger la droite au-delà de l'année 16.

Méthode 2 : Le calcul des indicateurs de croissance globale, et moyenne.

Les mêmes constats et rectifications peuvent être réalisés par le calcul d'indicateurs, et finalement par la recherche de l'équation de la droite de tendance.

Compte tenu de la question on calcule d'abord *les multiplicateurs successifs* « μ_i »

$${}_i\mu(D)_{t+1} = D_{t+1} / D_t$$

Les résultats permettent

- de corriger « les fluctuations » : elles apparaissent dans la colonne μ_i sous la forme de la baisse des trois valeurs en année 2, 6 et 11.
- De déduire le multiplicateur global, et donc de corriger l'expression « *a peu augmenté* » :

On obtient le multiplicateur global par le *produit des multiplicateurs successifs*, soit t :

$${}_{00}\mu(D)_{15} = \prod_{i=1}^{16} \mu_i = 4$$

On vérifie en le calculant directement par :

$${}_{00}\mu(D)_{15} = D_{15}/D_{00} = 7,72/1,93 = 4$$

Sur la période des 15 années, la dette a été multipliée par 4.

Le même raisonnement s'applique au moyen des Taux de croissance annuels successifs, et au taux global. Il suffit de convertir les multiplicateurs(successifs et global) en taux.

Chaque Taux de croissance annuel (i) s'écrit : ${}_t\tau_i(D)_{t+1} = (\mu_i - 1) \times 100\%$ (appliqué à chaque ligne).

On lit alors plus clairement les 3 fluctuations correspondants à des taux négatifs en grisé dans le tableau (année 2 et 6 = baisse) ou nul (année 11 = stagnation).

En vertu de la règle d'or de la croissance, le taux de croissance global n'est pas obtenu à l'aide des ${}_t\tau_i(D)_{t+1}$ mais en convertissant le multiplicateur global $\mu(D)$, soit

$${}_{00}\tau(D)_{15} = ({}_{00}\mu(D)_{15} - 1) \times 100\% = (4 - 1) \times 100\% = 300\%$$

Ce qui permet de dire que la dette a cru sur la période de 300%.

En calculant le TCAM de la période (2000-2015) cette forte croissance peut être exprimée autrement.

Soit ${}_{00}\text{TCAM}(D)_{15} = {}_{00}\text{MAM}(D)_{15} - 1$, avec ${}_{00}\text{MAM}(D)_{15} = [{}_{00}\mu(D)_{15}]^{1/15} = 4^{1/15} = 1,0968$

Et donc ${}_{00}\text{TCAM}(D)_{15} = (1,0968 - 1) \times 100\% = 9,68\%$ soit près de 10% par an. Ce qui est une croissance moyenne exceptionnellement élevée.

Calcul additionnel et complémentaire (mais formel car résultat inutilisable pour la prévision): La recherche de l'équation de la droite de tendance par la méthode des points extrêmes.

L'équation générale de la droite s'écrit : $\ln(yt) = a.t + b$

Soit le système d'équations logarithmiques posés aux points extrêmes B et A

Point sup (B) : $7,72 = 16.a + b$

Point inf (A) : $0,66 = a + b$

En soustrayant : $7,06 = 15.a \rightarrow$ donc $a = 7,06/15 = 0,471$

D'où b, en remplaçant a dans (A) qui s'écrit :

$$0,66 = 0,471 + b \rightarrow \text{donc } b = 0,66 - 0,471 = 0,186$$

L' équation recherchée de la droite de tendance est donc :

$$\ln(yt) = 0,471. t + 0,189$$

-W-